جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ش صندلی (ش داوطلب) :	نام واحد آموزشی : دبیرستان هاتف	نوبت امتحانی : نیمسال اول
نام و نام خانوادگی :	نام پدر :	پایه : سوم
سؤال امتحان درس : حسابان	نام دبیر: آقای ارجمندی	رشته :ریاضی و فیزیک
		سال تحصیلی : ۹۳ - ۹۲

ساعت امتحان:	
وقت امتحان :	۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان:	۱۳۹۳/۱۰/۷
تعداد برگ سؤال:	دو برگ

۱- چند جمله‌ای $y=p(x)$ تابعی فرد بوده که محور عرض‌ها را قطع کرده از نقطهٔ $\begin{vmatrix} -۱ \\ ۱ \end{vmatrix}$ می‌گذرد. باقیمانده $p(x)$ را بر $x^۳-x$ بیابید. (۲ نمره)

۲- ۲-۱) دبیرستانی ۴۸ دانش‌اموز سال اول، ۷۲ دانش‌اموز سال دوم و ۵۶ دانش‌آموز سال سوم دارد. اگر دراین دبیرستان تعداد دانش‌آموزان تمام کلاس‌ها برابر باشد، حداقل تعداد کلاس‌ها چند است؟ (۱ نمره)

۲-۲) در دنباله‌های زیر چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟ (۱ نمره)

$۴, ۷, ۱۰, \ldots$ $۱, ۵, ۹, \ldots$

۳- معادله $\sqrt{x+۱}-x^۲=۲x+۱$ را به روش هندسی و جبری حل کرده، جواب‌های به دست آمده را مقایسه نمایید. (۲ نمره)

۴- نامعادله $۳^x > \left|\log|x|\right|$ را به روش هندسی حل نمایید. (۲ نمره)

۵- ۵-۱) برد تابع $f(x)=x+\frac{۲}{x}$ $(x>۰)$ را بیابید. (۱ نمره)

۵-۲) هرگاه α و β ریشه‌های معادله $x^۲-x-۱=۰$ باشند بدون یافتن آنها حاصل عبارت $\frac{\alpha+۱}{\beta^۳}+\frac{\beta^۲}{\alpha^۳}$ را پیدا کنید. (۱ نمره)

۶- دامنهٔ $f(x)=\sqrt{\log_۲ x-\log_x ۲}$ را بیابید. (۲ نمره)

۷-هرگاه $f=\{(۱,۴),(۳,۶),(۷,-۱),(۴,۳),(۲,۲)\}$ و $g=\{(۳,۱),(۲,۷),(۴,۴),(-۱,۲),(۶,۳)\}$ مجموعهٔ $\frac{f.(gof)}{f+(gof)}$ را بدست آورید.

پاسخ سؤالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخ‌نامه سفید ندارد. ☐ پاسخ‌نامه سفید داده شود. ■

۸- ۸-۱) نقطهٔ $\left|\begin{matrix}-۱\\ ۴\end{matrix}\right.$ از منحنی $y=f(x)$ به چه نقطه‌ای از منحنی $y=-۲f\left(-\frac{۱}{۲}x+۱\right)-۱$ تصویر می‌شود. (۱ نمره)

۸-۲) نقطهٔ $\left|\begin{matrix}-۱\\ ۴\end{matrix}\right.$ از منحنی $y=۲f\left(\frac{۱}{۳}x-۱\right)-۱$ تصویر چه نقطه‌ای از منحنی $y=f(x)$ است. (۱ نمره)

۹- پارامتر a را به گونه‌ای حدس بزنید تا $f(x)=\left\lfloor\frac{ax+۷}{x+۲}\right\rfloor+\left\lfloor\frac{۹x+۱۵}{x-۲}\right\rfloor$ تابعی زوج بوده، سپس حدس خودرا ثابت کنید. (۲ نمره)

۱۰- معکوس‌پذیری $f(x)=\lfloor x\rfloor+\sqrt{x+\lfloor x\rfloor}$ را بررسی کرده در صورت معکوس‌پذیر بودن، ضابطهٔ معکوس‌را تعیین کنید. (۲ نمره)

محل مهر یا امضاء مدیر

راهنمای تصحیح ویژه دبیران

جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

راهنمای تصحیح درس : حسابان
نوبت امتحانی : دی ماه
رشته : رشته های : ریاضی و فیزیک
سال تحصیلی : ۹۳-۱۳۹۲

نام واحد آموزشی : دبیرستان هاتف
نام دبیر : آقای ارجمندی
پایه : سوم

ساعت امتحان: ۱۲ صبح
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۱۰/۷
تعداد برگ راهنمای تصحیح : دو برگ

۱-

$P(0)=0$
$P(1)=-1$
$P(-1)=1$
۰/۷۵

$P(x)=(x^3-x)q(x)+ax^2+bx+c$

$P(0)=0 \rightarrow c=0$ ۰/۲۵

$a+b=-1$
$a-b=1$
$\rightarrow a=0 \; (۰/۲۵)\;,\; b=-1 \; (۰/۲۵) \rightarrow R(x)=-x$ ۰/۵

---

۲ - الف :

تعداد دانش آموزان هر کلاس x

$(۷۲, ۴۸, ۵۷)=۸ \rightarrow x_{max}=۸$ ۰/۵

$n_{min}=\frac{۷۲}{۸}+\frac{۴۸}{۸}+\frac{۵۷}{۸}=۹+۷+۷$

$n_{min}=۲۲$ ۰/۵

---

۲ - ب :

$d=[۳;۴]=۱۲ \rightarrow a_n=۱۲n+۱$

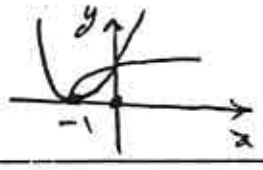
$۱۰۰ \le ۱۲n+۱ \le ۹۹۹ \rightarrow ۹ < n < ۸۴ \rightarrow$ تعداد $=۸۴-۹+۱=۷۵$

۳-

$\sqrt{x+1}=(x+1)^2$

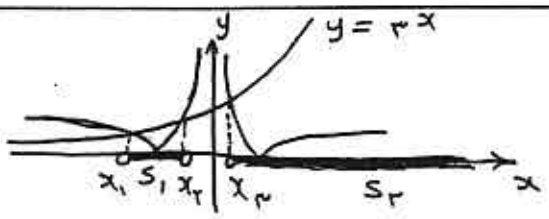
$(x+1)=(x+1)^4 \rightarrow x=-1\;,\; (x+1)^3=1 \rightarrow x(x^2+2x+3)=0$

$x=0$ ۱



$S=\{-۱,0\}$ ۱

۴-



$S=S_1 \cup S_2=(x_1,x_2)\cup(x_3,+\infty)$

۵- الف :

$y = x + \frac{۲}{x}$, $x > ۰$ $\longrightarrow$ $x^۲ - xy + ۲ = ۰$ $\quad \Delta = y^۲ - ۸ \geq ۰$

$|y| \geq ۲\sqrt{۲} \longrightarrow \begin{matrix} y \geq ۲\sqrt{۲} \\ y \leq -۲\sqrt{۲} \end{matrix}$, $y > ۰ \longrightarrow$

$\therefore \quad R_f = [۲\sqrt{۲}, +\infty)$

ب :

$$\frac{\alpha^۲+۱}{\beta^۲} + \frac{\beta+۱}{\alpha^۳} = \frac{\alpha^۴+\beta^۴+\alpha^۳+\beta^۳}{(\alpha\beta)^۳} = \frac{((\alpha+\beta)^۲ - ۲\alpha\beta)^۲ - ۲(\alpha\beta)^۲ + (\alpha+\beta)^۳ - ۳\alpha\beta(\alpha+\beta)}{(\alpha\beta)^۳}$$

۶-

$\log_۲^x = x \longrightarrow \frac{x^۲-۱}{x} \geq ۰ \longrightarrow$

$\therefore$

$-۱ \leq \log_۲^x < ۰$, $\log_۲^x \geq ۱ \longrightarrow D_f = [-\frac{۱}{۲}, ۱) \cup [۲, +\infty)$ $\therefore$

۷-

$$\frac{f.(gof)}{f+(gof)} = \left\{ (۱, \frac{۴\times۴}{۴+۴}), (۳, \frac{۹\times۳}{۹+۳}), (۷, \frac{-۱\times۲}{-۱+۲}), (۴, \frac{۳\times۱}{۳+۱}), (۲, \frac{۲\times۷}{۲+۷}) \right\}$$

$$= \left\{ (۱,۲), (۳,۲), (۷,-۲), (۴, \frac{۳}{۴}), (۲, \frac{۱۴}{۹}) \right\} \quad \therefore$$

۸-

الف)

$y = f(x)$ $\quad A \left|_{۴}^{-۱}\right.$

$y = -۲ f(-\frac{۱}{۲}x) = g(x)$ $\quad \left|_{-۸}^{۲}\right.$

$g(x-۲) - ۱$ $\quad A' \left|_{-۹}^{۴}\right.$ $\therefore$

ب) $۴ = ۲ f(\frac{۱}{۳}x - ۱ - ۱) - ۱ \longrightarrow ۵ = ۲ f(-\frac{۴}{۳}) - ۱ \longrightarrow f(-\frac{۴}{۳}) = \frac{۵}{۲}$

$A' \left|_{۴}^{-۱}\right. \longrightarrow A \left|_{۵/۲}^{-\frac{۴}{۳}}\right.$ $\therefore$

۹-

$-۱۸ - ۱۵ = -۲a + ۷ \longrightarrow -۲a = -۴۰ \longrightarrow a = ۲۰$ ۰/۵

$f(x) = \lfloor \frac{۲۰x+۷}{۲+x} \rfloor + \lfloor \frac{-۹x-۱۵}{۲-x} \rfloor = \lfloor ۲۰ - \frac{۴۳}{۲+x} \rfloor + \lfloor ۹ - \frac{۲۳}{۲-x} \rfloor \longrightarrow$

$f(x) = \lfloor -\frac{۴۳}{۲+x} \rfloor + \lfloor -\frac{۲۳}{۲-x} \rfloor + ۲۹$ ۰/۵

$D_f = \mathbb{R} - \{۲, -۲\}$ ۰/۵

$f(-x) = \lfloor \frac{-۴۳}{۲-x} \rfloor + \lfloor \frac{-۲۳}{۲+x} \rfloor + ۲۹ = f(x)$ ۰/۵

$\therefore f$ زوج

- ۱۰

$f(x_1)=f(x_2) \longrightarrow \lfloor x_1 \rfloor+\sqrt{p_1}=\lfloor x_2 \rfloor+\sqrt{p_2} \longrightarrow$

$\lfloor \lfloor x_1 \rfloor+\sqrt{p} \rfloor=\lfloor \lfloor x_2 \rfloor+\sqrt{p_2} \rfloor \longrightarrow \lfloor x_1 \rfloor+\lfloor \sqrt{p_1} \rfloor=\lfloor x_2 \rfloor+\lfloor \sqrt{p_2} \rfloor$

$\lfloor x_1 \rfloor=\lfloor x_2 \rfloor \longrightarrow \sqrt{p_1}=\sqrt{p_2} \longrightarrow p_1=p_2 \longrightarrow \lfloor x_1 \rfloor+p_1=\lfloor x_2 \rfloor+p_2$

$x_1=x_2 \rightarrow f$ 1-1

$y=\lfloor x \rfloor+\sqrt{x-\lfloor x \rfloor} \longrightarrow \lfloor y \rfloor=\lfloor x \rfloor$

$x=\lfloor y \rfloor+\sqrt{y-\lfloor y \rfloor} \longrightarrow x=\lfloor x \rfloor+\sqrt{y-\lfloor x \rfloor} \longrightarrow f^{-1}(x)=\lfloor x \rfloor+(x-\lfloor x \rfloor)^2$